ПРВ КОЛОКВИУМ ПО ПРЕДМЕТОТ СИНТЕЗА НА ПРОЦЕСНИ И РОБОТСКИ СИСТЕМИ – РЕШЕНИЈА 28.04.2007

1. Да се нацрта фреквентната карактеристика на дискретниот аналог на интегрирачкиот компензатор:

$$G_i(z) = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{z-z_c}{z-p_c}; \quad z_c < p_c$$

за $z_c = 0.86; p_c = 0.97$.

Решение: Фреквентната преносна функција на зададениот дискретен компензатор е:

$$G_i(j\omega) = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{e^{j\omega T}-z_c}{e^{j\omega T}-p_c} = \frac{0.03}{0.14} \cdot \frac{e^{j\omega T}-0.86}{e^{j\omega T}-0.97}$$

Почетокот на бараната фреквентна карактеристика се добива за $\omega = 0$:

$$G_i(j0) = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{1-z_c}{1-p_c} = 1$$

и тој се наоѓа во точката $(1, j0)$ на реалната оска.

Фреквентната карактеристика на набљудуваниот дискретен компензатор завршува за $\omega = \dfrac{\omega_0}{2}$:

$$G_i\left(j\frac{\omega_0}{2}\right) = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{-1-z_c}{-1-p_c} = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{1+z_c}{1+p_c} = \frac{(1-z_c p_c)-(p_c-z_c)}{(1-z_c p_c)+(p_c-z_c)} \approx 0.2$$

повторно на реалната оска во точката $(0.2, j0)$.

Равенката:

$$U(\omega) = \frac{1-p_c}{1-z_c} \cdot \frac{(1+z_c p_c)-(z_c+p_c)\cos\omega T_0}{1-2p_c\cos\omega T_0 + p_c^2} = 0$$

нема реални решенија (зошто?), што значи дека бараната фреквентна карактеристика нема пресеци со имагинарната оска, додека единствените решенија на равенката:

$$V(\omega)=\frac{1-p_c}{1-z_c}\cdot\frac{(z_c-p_c)\sin\omega T_0}{1-2p_c\cos\omega T_0+p_c^2}=0$$

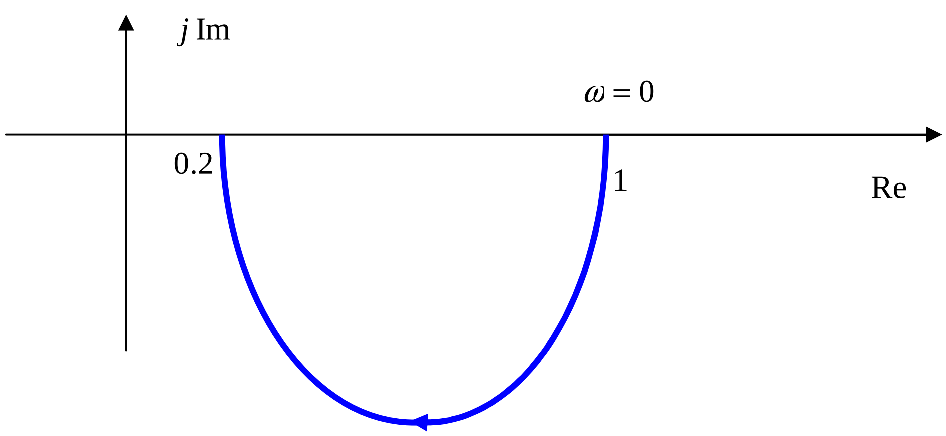
за $\omega T_0=0$ и $\omega T_0=\pi$ ги дефинираат крајните точки на карактеристиката, што значи дека таа нема пресеци ни со реалната оска. Останува да се определи квадрантот во кој се наоѓа бараната фреквентна карактеристика, врз основа на знакот на реалниот и имагинарниот дел на фреквентната преносна функција $G_i(j\omega)$. Со мала анализа се заклучува дека имагинарниот дел $V(\omega)$ на фреквентната преносна функција $G_i(j\omega)$ никогаш не е позитивен:

$$V(\omega)=\frac{1-p_c}{1-z_c}\cdot\frac{(z_c-p_c)\sin\omega T_0}{1-2p_c\cos\omega T_0+p_c^2}\le 0 \quad \forall \quad 0\le\omega\le\frac{\omega_0}{2} \qquad (z_c-p_c<0)$$

додека реалниот дел $U(\omega)$ на фреквентната преносна функција $G_i(j\omega)$ секогаш е позитивен:

$$U(\omega)=\frac{1-p_c}{1-z_c}\cdot\frac{(1+z_cp_c)-(z_c+p_c)\cos\omega T_0}{1-2p_c\cos\omega T_0+p_c^2}>0 \quad \forall \quad 0\le\omega\le\frac{\omega_0}{2}$$

Следствено, бараната фреквентна карактеристика ќе се наоѓа во третиот квадрант и нејзиниот квалитативен изглед е прикажан на сл.1.



Сл.1. Квалитативен приказ на фреквентната карактеристика на дискретниот компензатор од задачата 1

2. Дали затворениот линеарен стационарен континуален динамички систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем е опишан со преносната функција $G_0(s)$ од облик:

$$G_0(s)=\frac{K}{s^2(s+p_1)};K,p_1>0$$

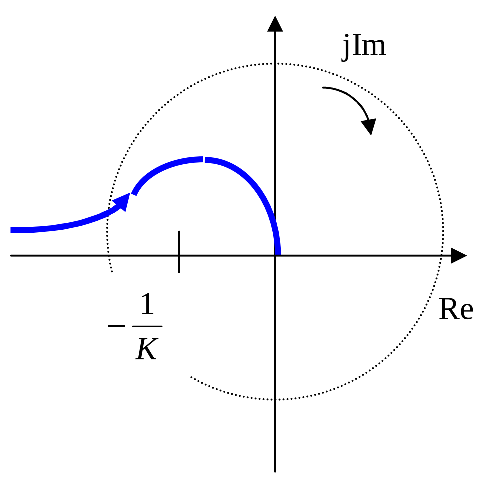
може да се стабилизира по пат на компензација (нагодување) на коефициентот на засилување на отворениот систем $G_0(s)$? Дали може да се стабилизира со помош на интегрирачки компензатор ? Да се објасни.

Решение: Зададениот затворен линеарен стационарен континуален динамички систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем е опишан со преносната функција $G_0(s)$ од облик:

$$G_0(s)=\frac{K}{s^2(s+p_1)};K,p_1>0$$

е нестабилен за секое K. Следствено, не постои вредност за K за која системот би се стабилизирал. Од (во основа) иста причина, системот не може да се стабилизира ни по пат на сериска компензација со интегрирачки компензатор.

Решението на поставената задача е илустрирано на сл.2.



Сл.2. Најквистовата крива на некомпензираниот систем ја опфаќа критичната точка $\left(-\frac{1}{K},j0\right)$ за секое K

3. Да се дефинира синтезата (без реализација) на затворен систем на автоматско управување со единична негативна повратна врска, кој ќе ги исполни следните барања:

1. Резерва на фаза $\cong 45^0$
2. Брзинска константа $K_v = 50$
3. Пропусниот опсег на компензираниот систем мора да биде еднаков или не многу поголем од пропусниот опсег на некомпензираниот систем
4. Доминантната временска константа на компензираниот систем мора да остане приближно еднаква со доминантната временска константа на некомпензираниот систем

ако преносната функција на соодветниот отворен систем е од облик:

$$G_0(s) = \frac{2000}{s(s+5)(s+10)}$$

Решение: Со едноставни пресметки може да се утврди дека некомпензираниот систем е нестабилен (на пример, со примена на Рут-Шуровиот критериум за испитување на стабилноста на еден линеарен стационарен континуален динамички систем). Следствено, компензацијата на зададениот систем е неопходна.

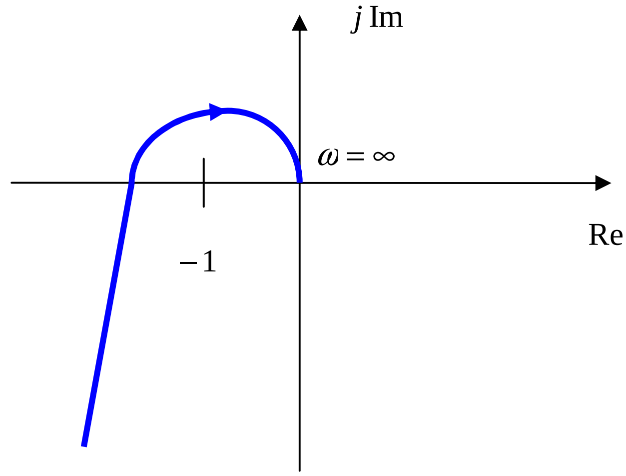
Брзинската константа на некомпензираниот систем е:

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG_0(s) = \lim_{s \to 0} s\frac{2000}{s(s+5)(s+10)} = 40$$

па вториот услов од задачата може да се оствари ако во директната гранка од системот се додаде засилување од $\frac{5}{4}$, така што засилувањето на компензираниот отворен систем би било 2500. Меѓутоа, зголемувањето на коефициентот на засилување на отворениот систем води кон дополнително зголемување на нестабилноста на затворениот систем. Оттука, потребна е дополнителна компензација со некој вид компензатор. Со оглед на третиот услов од задачата, примената на диференцијален компензатор најверојатно е несоодветна (зошто?), додека примената на интегрирачки компензатор е несоодветна заради последното проектно барање. Оттука, поставените проектни барања (односно поставените услови на синтеза) можат да се реализираат само со сериска компензација со помош на интегро-диференцирачки компензатор. Интегрирачкиот дел од компензаторот ќе обезбеди задоволување на третото проектно барање, додека диференцирачкиот дел од компензаторот ќе обезбеди исполнување на првото и четвртото проектно барање. (Вториот услов од задачата се реализира со нагодување на коефициентот на засилување на отворениот систем, како што беше дискутирано погоре.)

4. На сл.3 е прикажана Најквистовата крива за еден затворен линеарен стационарен континуален динамички систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем е опишан со преносната функција:

$$G_0(s) = \frac{K_1}{s(s+p_1)(s+p_2)};\, p_1, p_2, K_1 > 0$$



Сл.3. Фреквентна карактеристика на отворениот систем $G_0(s)$ од задача 4

Дали набљудуваниот затворен систем е стабилен за конкретната вредност K_1 на коефициентот на засилување на соодветниот отворен систем $G_0(s)$? Како може да се промени неговата стабилност?

Решение: За конкретната вредност K_1 на коефициентот на засилување K на соодветниот отворен систем $G_0(s)$, затворениот систем $G(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$ е нестабилен, затоа што фреквентната карактеристика на отворениот систем ја опфаќа критичната точка $(-1, j0)$. Затворениот систем може да се направи стабилен со намалување на вредноста на коефициентот на засилување K на отворениот систем на $K = K_2$ $(0 < K_2 < K_1)$, така што критичната точка $(-1, j0)$ ќе се најде лево и надвор од фреквентната карактеристика на отворениот систем. Натамошното намалување на вредноста на K нема да ја промени стабилноста на затворениот систем.

5. Како може да се стабилизира (објаснете!) затворениот линеарен стационарен дискретен динамички систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем е опишан со преносната функција:

$$G_0(z) = \frac{1}{(z-1)\left(z-\frac{1}{2}\right)}$$

Решение: Затворениот линеарен стационарен дискретен динамички систем е нестабилен, што лесно може да се провери со некој од критериумите за испитување на стабилноста. Имено, карактеристичниот полином на затворениот систем е:

$$a(z) = 2z^2 - 3z + 3 = a_0 z^2 + a_1 z + a_2$$

и тој не ги задоволува условите за стабилност според методот на билинеарната трансформација:

$$a_0 + a_1 + a_2 \rangle 0$$

$$a_0 - a_2 \rangle 0$$

$$a_0 - a_1 + a_2 \rangle 0$$

Бидејќи затворениот линеарен стационарен дискретен динамички систем со отворен систем од општ облик:

$$G_0(z) = \frac{K}{(z-1)\left(z-\frac{1}{2}\right)}$$

е нестабилен за секое $K \geq \frac{1}{2}$, следува дека набљудуваниот затворен систем може да се стабилизира преку нагодување на коефициентот на засилување $K = 1$ на соодветниот отворен систем и тоа така што вредноста на овој коефициент ќе се намали за фактор помал од $\frac{1}{2}$. Така, на пример, ако $K = 1$ се намали за четири пати, карактеристичниот полином на компензираниот систем ќе биде:

$$\tilde{a}(z) = 4z^2 - 6z + 3$$

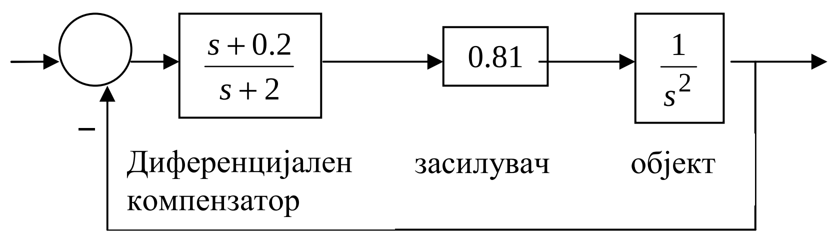
и очигледно:

$$4 - 6 + 3 > 0$$

$$4 - 3 > 0$$

$$4 + 6 + 3 > 0$$

6. Затворениот линеарен стационарен континуален систем на автоматско управување од сл.4, кој содржи и диференцијален компензатор и засилувач, е стабилен, со фактор на релативно пригушување $\zeta = 0.7$ и доминантна временска константа $\tau \approx 4.5\,\sec$. Да се изврши повторна синтеза на овој систем, така што континуалниот регулатор ќе биде заменет со дискретен и да се определи дискретниот модел на набљудуваниот затворен систем на автоматско управување, кој треба да ги има приближно истите динамички карактеристики како и континуалниот систем.



Сл.4. Илустрација кон задачата 6

Решение: Природната фреквенција ω_n на набљудуваниот систем се определува од равенката:

$$\tau \le \frac{1}{\zeta\omega_n}$$

и изнесува приближно:

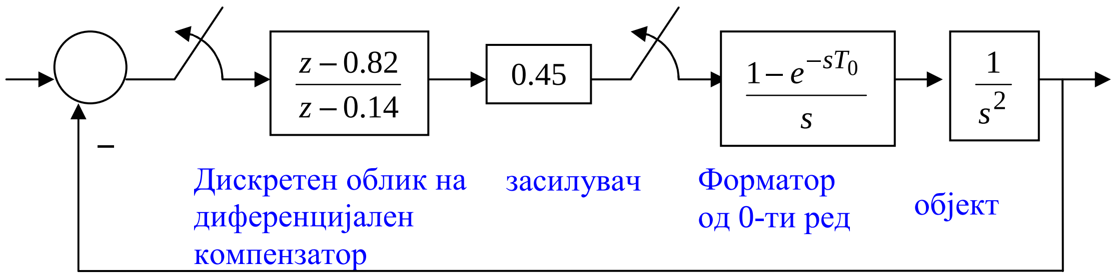
$$\omega_n \approx \frac{1}{\zeta\tau} = \frac{1}{(0.7)(4.5)} = 0.317\,\sec^{-1}$$

Фреквенцијата на дискретизација мора да биде доволно голема (односно периодот на дискретизација доволно мал) за да не се изгуби информација во процесот на дискретизација. Следствено, за систем со природна фреквенција $\omega_n \approx 0.317\,\sec^{-1}$, фреквенцијата на дискретизација мора да изнесува барем $\omega_0 \approx 20\omega_n = 6.35\sec^{-1} \approx 2\pi\sec^{-1}$. Оттука, за период на дискретизацијата може да се избере $T_0 = 1\sec$.

Во продолжение, континуалниот диференцијален компензатор се заменува со неговиот дискретен еквивалент:

$$G_c(z) = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{1-e^{-bT}}{1-e^{-aT}}\right)\left(\frac{z-e^{-aT}}{z-e^{-bT}}\right) \cong 0.55\frac{z-0.82}{z-0.14}$$

каде што $a = 0.2, b = 2$.

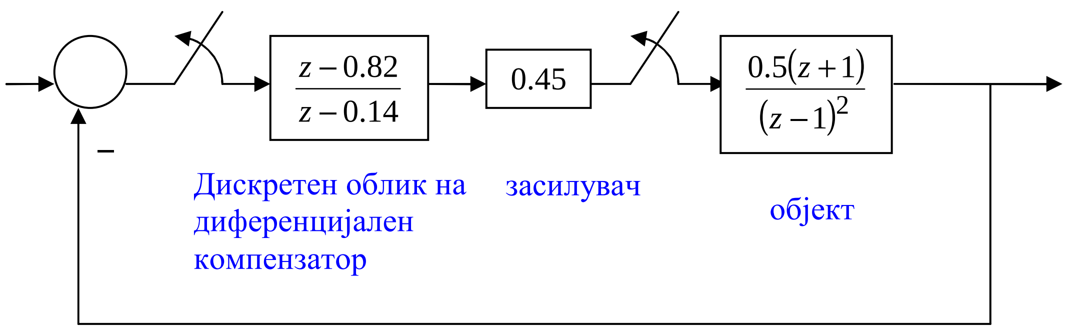


Сл.5. Системот на автоматско управување од сл.4 со дискретен управувачки дел

Конечно, дискретната преносна функција на објектот на управување е:

$$G_{ob}(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT_0}}{s}\cdot\frac{1}{s^2}\right\} = \frac{T_0^2}{2}\cdot\frac{z+1}{(z-1)^2}$$

Соодветниот затворен дискретен систем на автоматско управување е прикажан на сл.6. Со анализа може да се заклучи дека дискретниот систем од сл.6 е исто така стабилен и има Најквистова крива многу слична со онаа на системот од сл.4.

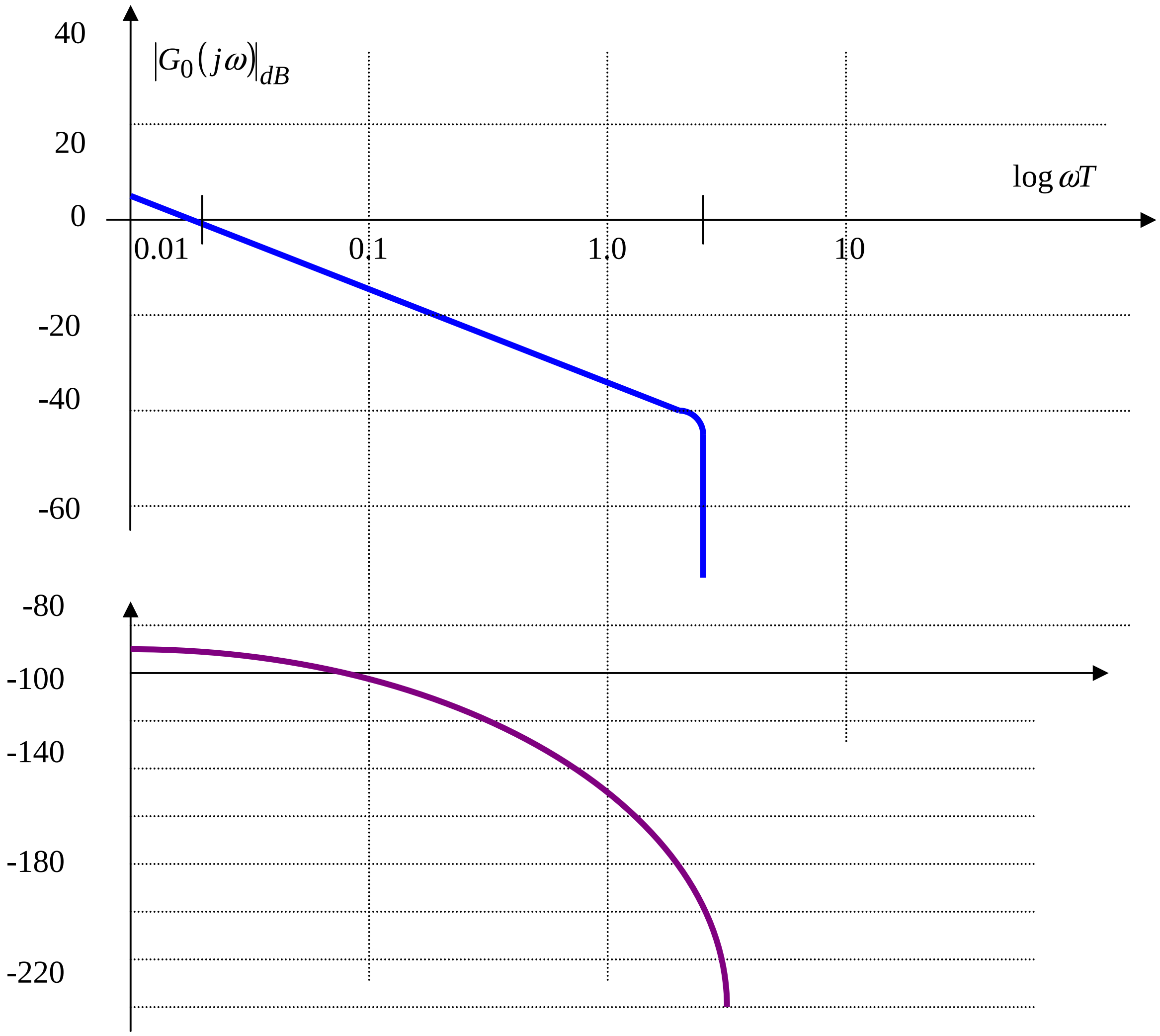


Сл.6. Дискретен модел на системот на автоматско управување од сл.4

7. Бодеовите дијаграми на слабеење и фаза за отворениот линеарен стационарен дискретен динамички систем со преносна функција:

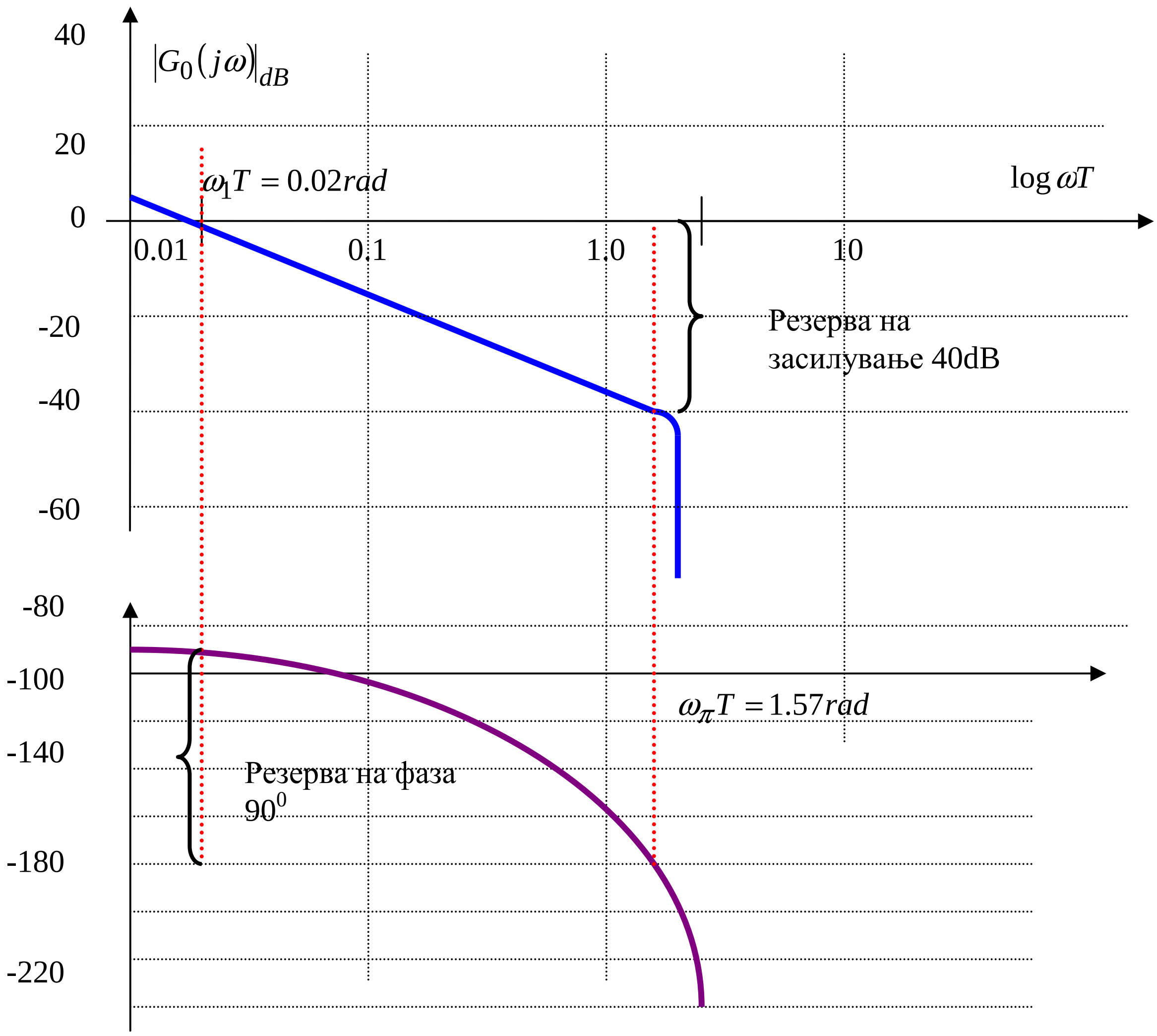
$$G_0(z) = \frac{1}{100}\cdot\frac{(z+1)^2}{(z-1)\left(z+\frac{1}{3}\right)\left(z+\frac{1}{2}\right)}$$

се прикажани на сл.7. Да се определат и означат на дијаграмите пресечната фреквенција на засилување, пресечната фреквенција на фаза, резервата на засилување и резервата на фаза на соодветниот затворен дискретен систем со единична негативна повратна врска.



Сл.7. Бодеови дијаграми на слабеење и фаза на отворениот систем $G_o(z)$ од задача 7

Решение: Бараното решение е прикажано на сл.8.



Сл.8. Бодеови дијаграми на слабеење и фаза на отворениот систем $G_o(z)$ од задача 7

8. Даден е затворен линеарен стационарен континуален динамички систем со единична негативна повратна врска. Бодеовите дијаграми на слабеење и фаза на соодветниот отворен систем се прикажани на сл.9. Да се определат пресечната фреквенција на засилување, пресечната фреквенција на фаза, резервата на засилување и резервата на фаза за набљудуваниот систем, ако фреквентната преносна функција на отворениот систем е:

$$G_0(j\omega) = \frac{1 + \frac{j\omega}{2} - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2}{j\omega\left(1 + j\frac{\omega}{0.5}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{4}\right)}$$

Сл.15-25,сл.15-26, стр.381

Решение: Бидејќи дијаграмот на фаза никогаш не минува низ правата -180^0, пресечната фреквенција на фаза не може да се определи. Следствено, не може да се определи ни резервата на засилување. Пресечната фреквенција на засилување е $\omega_1 = 0.62\sec^{-1}$, а резервата на фаза изнесува $180^0 + \arg[G_0(j0.62)] = = 180^0 - 129^0 = 51^0$.

9. Да се определи максималната вредност на коефициентот на засилување K на отворениот систем,која ќе гарантира резерва на засилување од најмалку 6dB и резерва на фаза од најмалку 45^0, ако фреквентната преносна функција на отворениот систем е:

$$G_0(j\omega) = \frac{K}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{5}\right)^2}$$

и неговите Бодеови дијаграми за $K = 1$ се прикажани на сл.10.

Сл.16-18, стр.400

Сл.10. Бодеови дијаграми на слабеење и фаза на отворениот систем $G_o(s)$ од задачата 9

Решение: Резервата на засилување, за $\omega_\pi = 5rad/\sec$ изнесува 20 dB. Оттука, коефициентот на засилување K на отворениот систем може да се зголеми за $20 - 6 = 14dB$, а да биде исполнет условот за резервата на засилување. Меѓутоа, од Бодеовиот дијаграм на фаза следува дека за резервата на фаза да биде најмалку 45^0, пресечната фреквенција на засилување мора да биде помала од $2rad/\sec$. Оттаму, Бодеовиот дијаграм на слабеење може да се подигне најмногу за $7.5dB$, а да бидат исполнети двата услови од задачата.

10. Дали фреквентната синтеза на затворени линеарни стационарни дискретни динамички системи со помош на Бодеовите дијаграми на соодветниот отворен систем може да се реализира со помош на постапките за ист вид на синтеза кај затворените линеарни стационарни континуални динамички системи? Објаснете!

Одговор: Да, така што со билинеарната трансформација $z = \frac{1+s}{1-s}$ проблемот ќе се префрли во s-комплексната рамнина. Притоа, врската помеѓу фреквенцијата во s и z-домен е дадена со релацијата:

$$\omega_z T = 2arctg\,\omega_s$$

11. Дали нагодувањето на коефициентот на засилување К на соодветниот отворен систем влијае врз неговиот Бодеов дијаграм на фаза? Објаснете! Што ќе се случи со Бодеовите дијаграми на отворениот систем ако неговиот коефициент на засилување се зголеми двапати?

Одговор: Не. Само го подига или спушта дијаграмот на слабеење во зависност од тоа дали К се зголемува или намалува. Ако К се зголеми двапати, Бодеовиот дијаграм на слабеење на отворениот систем ќе се подигне за $20\log_{10} 2 = 6.02dB$.

12. Наведете ги четирите чекори на фреквентна синтеза со помош на Бодеовите дијаграми по пат на нагодување на коефициентот на засилување на соодветниот отворен систем.

Одговор: Фреквентната синтеза со помош на Бодеовите дијаграми по пат на нагодување на коефициентот на засилување на соодветниот отворен систем се состои од следните чекори:

1. За дадената вредност на K се цртаат Бодеовите дијаграми на слабеење и фаза на соодветниот отворен систем

2. Врз основа на зададената вредност на максималниот дозволен прескок се одредува саканата резерва на фаза

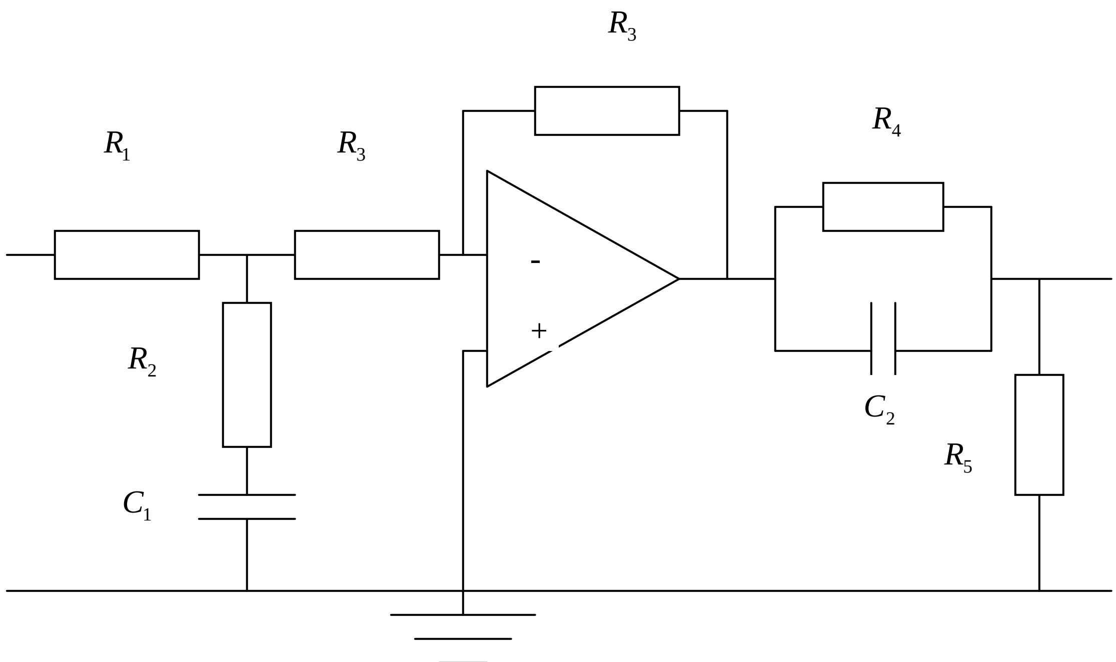
$$\varphi_{rf} = arctg\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2+\sqrt{1+4\zeta^4}}}, \quad \zeta = \frac{-\ln\frac{M\%}{100}}{\sqrt{\pi^2+\ln^2\frac{M\%}{100}}}, \quad M\% = 100e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

3. Одредување на пресечната фреквенција на засилување, која одговара на пресметаната сакана резерва на фаза од вториот чекор, врз основа на нацртаните Бодеови дијаграми од првиот чекор.

4. Промена на коефициентот на засилување на отворениот систем за одредена вредност, така што неговиот Бодеов дијаграм на слабеење ќе минува низ 0-та за одредената пресечна фреквенција на засилување од претходниот чекор.

13. Дали еден неидеален ИД – компензатор може да се реализира со сериска врска од неидеален И – компензатор (реализиран со пасивна мрежа) и неидеален Д – компензатор (реализиран со пасивна мрежа)? Објаснете! Доколку може, нацртајте ја шемата!

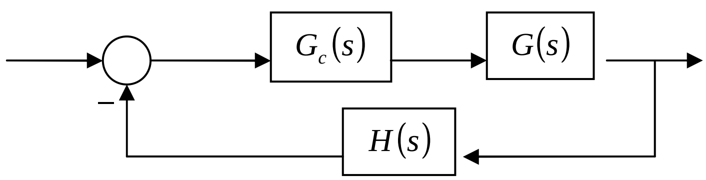
Одговор: Може, но само доколку пасивните мрежи се раздвојат, на пример, со помош на операционен засилувач.



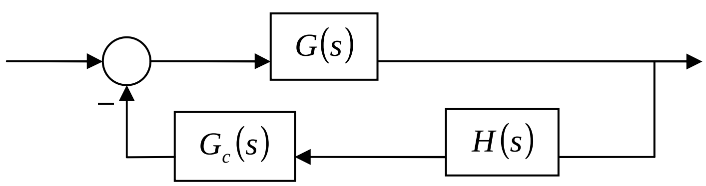
Сл.11. Неидеален интегро-диференцијален компензатор реализиран со сериска врска на неидеален интегрирачки и неидеален диференцирачки компензатор

14. Нацртајте ги шемите на сериска и паралелна компензација.

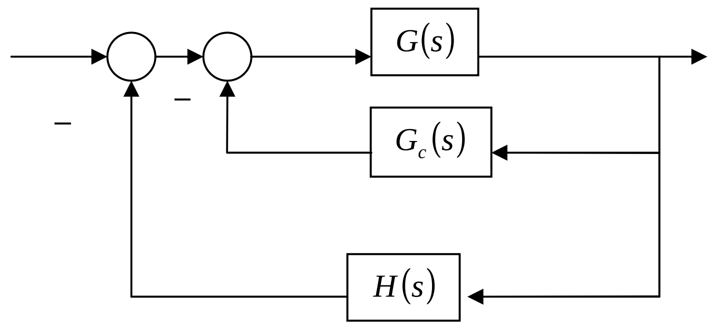
Одговор: Бараните шеми се прикажани на сл.12, сл.13 и сл.14.



Сл.12. Сериска компензација



Сл.13. Паралелна компензација



Сл.14. Паралелна компензација

15. Кога се применува диференцијалниот компензатор?

Одговор: Кога треба да се зголеми резервата на стабилност и пропусниот опсег (односно брзината на одзив).

16. Кога се применува интегралниот компензатор?

Одговор: Кога треба да се намали фреквентниот опсег на системот со цел да се намали влијанието на шумовите и пречките кои дејствуваат врз системот, кога брзината на одзив не е битна и кога треба да се зголеми точноста на работа во стационарен режим.

17. Како можат да се определат нулите на полиномот:

$$s^2 + 6s + 18$$

со помош на постапката геометриско место на корени?

Одговор: Бидејќи геометриското место на корени е графички приказ на положбата на корените од карактеристичната равенка на набљудуваниот затворен систем во функција од коефициентот на засилување K на соодветниот отворен систем, нулите на дадениот полином можат да се определат од геометриското место на корени на секој систем, чиј карактеристичен полином, за конкретна вредност на K, е идентичен со дадениот полином. Така, на пример, затворениот систем, чиј отворен систем е опишан со преносната функција:

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+6)}$$

има карактеристичен полином:

$$a(s) = s^2 + 6s + K$$

кој за $K = 18$ станува идентичен со даденот полином. Оттука, нулите на полиномот $s^2 + 6s + 18$ се наоѓаат на геометриското место на корени од затворениот систем, чиј отворен систем е опишан со преносната функција $G_0(s) = \dfrac{K}{s(s+6)}$, во точки за кои е $K = 18$.

Се разбира, постојат и други решенија. На пример, затворениот систем, чиј отворен систем е опишан со преносната функција:

$$G_0(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)}$$

исто така има карактеристичен полином идентичен со зададениот, но сега за $K = 10$.

18. Да се определи вредноста на интегралот од сигналот на грешката:

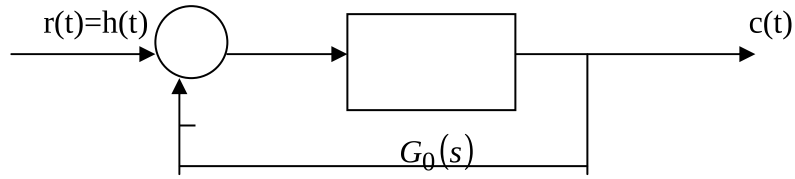
$$J = \int_0^{\infty} e(t)dt, \quad e(t) = r(t) - c(t)$$

за систем на автоматско управување со структурна блок-шема како на сл.15 и преносна функција:

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(b_1 s + 1)(b_2 s + 1)\cdots(b_m s + 1)}{(a_1 s + 1)(a_2 s + 1)\cdots(a_n s + 1)}; \quad m \le n$$

во функција од параметрите на системот a_i (i=0,1,2,...,n) и b_j (j=0,1,2,...,m), ако на влезот од системот дејствува единичен отскочен влез $r(t)$=$h(t)$, а a_i и b_j се реални и/или по парови коњугирано-комплексни броеви. (Упатство: да се искористи равенството:

$$J = \int_0^{\infty} e(t)dt = \lim_{s \to 0} \int_0^{\infty} e(t)e^{-st}dt$$



Сл.15. Илустрација кон задачата 18

Решение:

$$J=\int_0^\infty e(t)dt=\lim_{s\to 0}\int_0^\infty e(t)e^{-st}dt=\lim_{s\to 0}E(s)=\lim_{s\to 0}[R(s)-C(s)]=\lim_{s\to 0}[R(s)-G(s)R(s)]=$$

$$=\lim_{s\to 0}[1-G(s)]R(s)=\lim_{s\to 0}\left[1-\frac{(b_1s+1)(b_2s+1)\cdots(b_ms+1)}{(a_1s+1)(a_2s+1)\cdots(a_ns+1)}\right]R(s)=$$

$$=\lim_{s\to 0}\left[\frac{(a_1s+1)(a_2s+1)\cdots(a_ns+1)-(b_1s+1)(b_2s+1)\cdots(b_ms+1)}{s(a_1s+1)(a_2s+1)\cdots(a_ns+1)}\right]=\frac{0}{0}$$

За да се определи горната гранична вредност, мора да се примени Л`опиталовото правило, кое го дава резултатот:

$$=\prod_{i=1}^{n}a_i-\prod_{j=1}^{m}b_j$$

19. Со помош на интегралниот критериум: $J=\int_0^\infty\left\{e^2(t)+T^2[e'(t)]^2\right\}dt$, кадешто T е однапред зададен константен параметар, да се определи вредноста на коефициентот на засилување K на отворениот систем со преносна функција: $G_0(s)=\frac{K}{s(T_0s+1)}$, $T_0=const.>0(\in\Re)$ за дадениот затворен систем од сл.15.

(Упатство: $J=\frac{a_0b_1^2+a_2b_0^2}{2a_0a_1a_2}$)

Решение:

$$E(s)=L\{e(t)\}=\frac{1}{1+G_0(s)}\cdot R(s)=\frac{T_0s+1}{T_0s^2+s+K}$$

$$e(0)=\lim_{s\to\infty}sE(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{T_0s^2+s}{T_0s^2+s+K}=1$$

$$E_1(s)=L\{e'(t)\}=sE(s)-e(0)=s\frac{T_0s+1}{T_0s^2+s+K}-1=\frac{-K}{T_0s^2+s+K}$$

$$J=\int_0^\infty\left\{e^2(t)+T^2[e'(t)]^2\right\}dt=\int_0^\infty e^2(t)dt+T^2\int_0^\infty[e'(t)]^2dt=$$

$$= \frac{KT_0^2 + T_0}{2KT_0} + T^2 \frac{T_0 K^2}{2KT_0}$$

$$\frac{dJ}{dK} = \frac{d}{dK}\left[\frac{KT_0^2 + T_0 + T^2 T_0 K^2}{2KT_0}\right] = T^2 T_0 K^2 - T_0 = 0 \Rightarrow T^2 K^2 - 1 = 0 \Rightarrow K = \frac{1}{T}$$